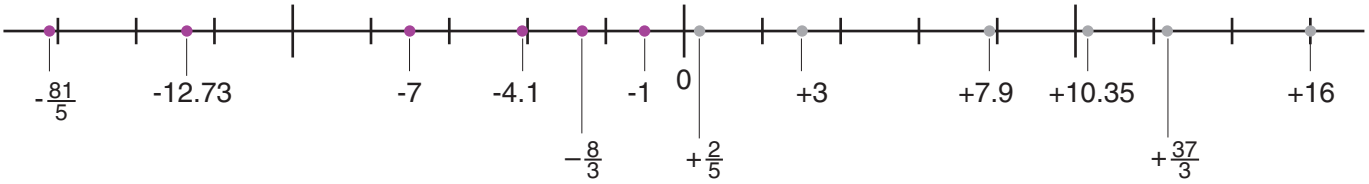
Sesión 1.

Multiplicaciones de números con signo

Propósito Resolverás problemas que impliquen sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números con signo.

Para empezar *Los números con signo son los números positivos y los números negativos*. El *cero* no tiene signo. Los *números positivos* se ubican a la derecha del cero en la recta numérica. Pueden aparecer con el signo + o sin él. Cuando llevan el signo + es porque se desea resaltar que son positivos. Por ejemplo: +3, +7.9, +10.35, +16. Los números *negativos* se ubican a la izquierda del cero en la recta numérica y siempre se escriben anteponiéndoles el signo –. Por ejemplo: 12.73, 7, 4.1, 1.



Cuando se hacen operaciones de *números con signo*, los números que tienen signo se escriben entre paréntesis para que no se confundan los signos de los números y los de la operación. Por ejemplo: (-4) + (+5) – (-15). Se puede escribir 5 en vez de +5 y entonces no son necesarios los paréntesis: (-4) + 5 – (-15)

Manos a la obra

Recuerden que:

Para realizar una *suma de varios números con signo* podemos sumar primero todos los números positivos, después todos los números negativos y por último sumar los resultados. Por ejemplo: ¿y los signos cómo se utilizan?
(-18) + 31 + (-24) = 31 + (-42) = -11.
(-15) + 11 + (-8) + 28 = 39 + (-23) = 16.

Responde:

1. Una sustancia química que está a una temperatura de 5 °C se calienta en un mechero hasta que alcanza una temperatura de 12 °C.
¿Cuántos grados subió la temperatura de la sustancia? _____

2. Resuelve las siguientes sumas:
   a) (-8) + (-15) =
   b) (-47) + (-12) + (-33) =
   c) 14 + (-25) + (-39) + 32 =

3. Resuelve las siguientes restas:
   a) (-31) – 14 =
   b) 46 – (-10) =
   c) (-2) – (-65) =

Los números tienen su origen en la necesidad de contar y de medir. Los primeros números que fueron utilizados son los llamados números naturales:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...

Al conjunto formado por los números naturales, los simétricos de los números *naturales* y el cero, se le llama conjunto de los números *enteros*:
...-4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4...

Multiplicaciones de números con signo
Consideremos lo siguiente

Las siguientes tablas son parte de las tablas de multiplicar del 4 y del 6. Completa los resultados:

4 × 6 =	24
4 × 5 =	20
4 × 4 =	16
4 × 3 =	
4 × 2 =	
4 × 1 =	
4 × 0 =	0
4 × (-1) =	
4 × (-2) =	
4 × (-3) =	
4 × (-4) =	
4 × (-5) =	
4 × (-6) =	
4 × -7) =	

6 × 6 =	36
6 × 5 =	30
6 × 4 =	24
6 × 3 =	
6 × 2 =	
6 × 1 =	
6 × 0 =	
6 × (-1) =	
6 × (-2) =	
6 × (-3) =	
6 × (-4) =	–24
6 × (-5) =	
6 × (-6) =	
6 × (-7) =	

Comenten en equipo los procedimientos que siguieron para llenar las tablas.

I. Observa las tablas y responde las preguntas:
a) ¿Cuánto se resta para pasar del resultado de 4 × 5 al resultado de 4 × 4?
b) ¿Cuánto se resta para pasar del resultado de 4 × 1 al resultado de 4 × 0?
c) Para pasar del resultado de 4 × 0 al resultado de 4 × (-1), se resta lo mismo. ¿Cuánto es 4 × (-1)?
d) ¿Cuánto se resta entre dos renglones consecutivos de la tabla del 6?
e) ¿Cuánto es 6 × (-2)?
Comparen sus respuestas.

II. Multiplicar 4 × 2 es lo mismo que sumar cuatro veces 2:

$$4 \times 2 = \underbrace{2 + 2 + 2 + 2}_{\text{Se suma cuatro veces 2.}} = 8$$

Expresa la multiplicación como sumas:

$$5 \times 3 = \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{\text{Se suma _____ veces 3.}} =$$

III. Cuando en una multiplicación el primer factor es un número entero positivo y el segundo factor es un número negativo, también se hace una suma repetida, por ejemplo:

2 × (-5) = (-5) + (-5) = -10. Se suma dos veces -5.

Expresa las siguientes multiplicaciones como sumas repetidas y encuentra el resultado:

a) 3 × (-8) = (___) + (___) + (___) = _____
b) x × (-11) = (-11) + (-11) + (-11) + (-11) = _____
c) 5 × ( ) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = _____

En equipos comparen sus respuestas y comenten:

En otro grupo encontraron el resultado de 6 × (-7) diciendo que 6 × 7 = 42 y que, entonces, 6 × (-7) = -42. ¿Están de acuerdo con este procedimiento? ¿Cómo usarían este procedimiento para encontrar el resultado de 4 × (-1.2) y de 6 × (-)?

IV. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) 8 × (-10) = _____
b) 12 × (-4) = _____
c) 7 × (-5.8) = _____

A lo que llegamos

Cuando en una multiplicación el primer factor es un número entero positivo y el segundo es negativo, el número negativo se suma varias veces.

Por ejemplo:

5 × (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -20.

Se suma cinco veces 4

Para encontrar el resultado de una multiplicación de este tipo se multiplican los valores absolutos de los números y al resultado se le antepone el signo –. Por ejemplo:

6 × (-3) = –18

Se hace la multiplicación 6 × 3 = 18, se le antepone el signo –, y el resultado es 18.

Asimismo, cuando en una multiplicación el primer factor es un número negativo y el segundo factor es un número entero positivo, se multiplican los valores absolutos de los números y al resultado se le antepone el signo –. Por ejemplo:

(-8) × 2 = 16

Se hace la multiplicación 8 × 2 = 16, se le antepone el signo –, y el resultado es 16.

Ejercicios:
Completa la expresión de cada una de las siguientes multiplicaciones como una suma y encuentra el resultado.

a) 4 × ____ = ___ + ___ + ___ + = 32.
b) 8 × 0 = _____ =
c) x × (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = _____

La regla de los signos 1

Cuando se multiplican números con signo se utiliza la regla de los signos. En esta sesión vas a conocer y a utilizar esta regla.

Consideremos lo siguiente

Encuentra los resultados que hacen falta en la siguiente tabla y anótalos.

×	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
4	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16
3	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12
2	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8
1	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1					0				
-2					0				
-3					0				
-4					0				

En equipos comparen sus respuestas. Comenten cómo van cambiando los resultados en cada renglón y en cada columna.

I. Observa las tablas y responde las preguntas:

a) ¿Cuánto se suma para pasar del resultado de 4 × (-3) al resultado de 3 × (-3)? _____
b) ¿Cuánto se suma para pasar del resultado de 1 × (-3) al resultado de 0 × (-3)? _____
c) Entre dos resultados consecutivos de la tabla del (-3) siempre se suma lo mismo. ¿Cuánto es (-1) × (-3)? _____

II. Responde las siguientes preguntas:

a) En la tabla del (-1), para pasar de un resultado al siguiente ¿se suma o se resta? ¿Cuánto se suma o cuánto se resta? _____
b) En la tabla del 1, para pasar de un resultado al siguiente ¿se suma o se resta? ¿Cuánto se suma o cuánto se resta? _____
c) En la tabla del (-4), ¿cuánto se suma o cuánto se resta para pasar de un resultado al siguiente? _____

Compar tus respuestas con las de tus compañeros.

III. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) 7 × (-2) =
b) (-3) × (-6) =
c) 3 × (-15) =

A lo que llegamos

Para multiplicar números con signo se multiplican los valores absolutos de los números y luego se determina el signo del resultado utilizando *la regla de los signos para la multiplicación:*

Positivo por positivo el resultado es positivo.
Positivo por negativo el resultado es negativo.
Negativo por positivo el resultado es negativo.
Negativo por negativo el resultado es positivo.
Por ejemplo, para multiplicar

(-4) × 11

primero se multiplica:

4 × 11 = 44

de acuerdo con la regla de los signos sabemos que el resultado es negativo.

(-4) × 11 = -44.

La regla de los signos 2

La regla de los signos también se utiliza para hacer divisiones entre dos números con signo.

Consideremos lo siguiente

Completa los datos y los resultados que faltan en las siguientes multiplicaciones:

×	*7*	*-4*	*-12*
2	14	-8	-24
-4		16	
	35		
	-56		
		-52	
	-105		
			216

Compara tus respuestas con tus compañeros y comenten qué hicieron para encontrar el signo de los números que faltaban.

I. Respondan las siguientes preguntas:

a) Un número multiplicado por 17 da como resultado 204, ¿cuál es la operación que se puede hacer para encontrar ese número? _____
b) ¿Cuál es el número que buscamos? _____
c) Esto es cierto porque: _____ × 17 = 204.
d) Para encontrar el número que multiplicado por -8 da como resultado 184, ¿cuál es la operación que se puede hacer? _____
e) ¿Cuál es el número que buscamos? _____
f) Esto es cierto porque: × (-8) = 184.

II. En la siguiente tabla se presentan algunos problemas. Complétenla:

Problema	División que se hace para encontrar el número	Verificación
¿Cuál es el número que al multiplicarlo por 3 da –78?	(-78) ÷ 3 = _____	_____ × 3 = 78
¿Cuál es el número que al multiplicarlo por –9 da 171?		
¿Cuál es el número que al multiplicarlo por _____ da _____?	(-75) ÷ (-25) = _____	_____ × _____ = -75

III. Encuentra el resultado de las siguientes divisiones:

a) 12 ÷ (-6) = _____

b) (-44) ÷ (-4) = _____

c) (-16) ÷ (-8) = _____

En equipos comparen sus respuestas. Comenten qué hicieron para encontrar el signo de los resultados.

A lo que llegamos

Para hacer divisiones entre números con signo se dividen los valores absolutos de los números y luego se encuentra el signo del resultado utilizando la regla de los signos para la división:

Positivo entre positivo el resultado es positivo.
Positivo entre negativo el resultado es negativo.
Negativo entre positivo el resultado es negativo.
Negativo entre negativo el resultado es positivo.

Por ejemplo, para dividir

(-110) ÷ (-5)

primero se divide:

110 ÷ 5 = 22

de acuerdo con la regla de los signos, sabemos que el resultado es positivo.

(-110) ÷ (-5) = 22.

IV. Cuando se dividen fracciones o números decimales con signo, también se utiliza la regla de los signos. Realicen las siguientes operaciones:

a) (-7.4) ÷ 2 =

b) (-10) ÷ (-)=

c) (-) ÷ (-) =

Ejercicio:

Realiza las siguientes operaciones:

a) (-9) × 0 =

b) (-1) × 17 =

c) 1 × (-29) =

Sesión 2.

Problemas aditivos con expresiones algebraicas

Propósito Resolverás problemas de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

Para empezar

Consideremos lo siguiente

Don Lencho es granjero y construirá un gallinero de forma rectangular. El técnico avícola de la región le ha recomendado que el largo del gallinero mida el doble del ancho. Para determinar las dimensiones del gallinero, don Lencho puede elegir entre muchas opciones que cumplen la recomendación anterior.

Si el número de metros que tiene el ancho se representa con la letra *a*, escribe una expresión algebraica que represente el perímetro del gallinero.
Perímetro = _____

En equipos comparen sus expresiones algebraicas. Comenten:
¿Cuál es el perímetro del gallinero si el ancho mide 1 metro? _____

I. Completa la siguiente tabla para ayudar a don Lencho a decidir el tamaño del gallinero.

Medida en metros del ancho	Medida en metros del largo	Operaciones que se realizan para calcular el perímetro del gallinero	Perímetro del gallinero en metros
1	2		6
$1\frac{1}{2}$			
2	4		12
3			
	8		
4.5			27
			48
a			

Compara con tus compañeros sus tablas. Verifiquen sus respuestas dibujando en su cuaderno los rectángulos correspondientes (utilicen una escala de 1 cm = 1 m). Comenten:

a) ¿Qué operación hicieron para obtener la medida del largo del gallinero cuando a representa la medida del ancho en metros? _____

b) ¿Qué operaciones hicieron para obtener el perímetro del gallinero cuando a representa la medida del ancho en metros?

_____

II. Contesta lo siguiente:

a) En las siguientes expresiones algebraicas la letra a representa el número de metros que tiene el ancho del gallinero. Subraya las expresiones que, al sumarse, permiten obtener el perímetro. ¡Cuidado, puede haber más de una que sea correcta!

$a + a + a$

$a + a + 2a + 2a$

$a + a + a + a + a + a$

$3a + 3a$

b) El resultado de la suma $a + a$ es $2a$, o sea, 2 veces a. Completa el siguiente esquema para encontrar el resultado de la suma $a + a + 2a + 2a$.

$$a + a + 2a + 2a =$$

$$a + a + (a + a) + (a + a)$$

c) ¿Cuántas veces aparece a en la expresión $a + a + (a + a) + (a + a)$?
Comenten en grupo las soluciones que obtuvieron.

A lo que llegamos

En una suma de expresiones algebraicas los sumandos se llaman *términos*. Por ejemplo, a y $2a$ son términos de la suma $a + a + 2a + 2a$

Los términos tienen *coeficiente, literales* y *exponentes*.

Recuerda que: el exponente es la potencia a la que se eleva un término.

El término $2a$ tiene:

Coeficiente: 2 Literal: a Exponente: 1

El término a tiene:

Coeficiente: 1 Literal: a Exponente: 1

El término $3a^2$ tiene:

Coeficiente: 3 Literal: a Exponente: 2

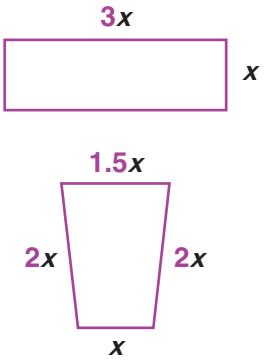
A los términos que tienen la misma literal con igual exponente como a, $3a$, $2a$, $1.5a$, se les llama *términos semejantes*.

Los términos numéricos son semejantes entre sí.

Por ejemplo, 8 y -5 son términos semejantes.

Aunque los términos $3a^2$ y $2a$ tienen la misma literal no son semejantes porque sus exponentes son distintos.

III. El hijo de don Lencho le presentó otros diseños para construir el gallinero. Une con una línea cada figura con la expresión que representa su perímetro.



$8x$

$6x$

$4.5x$

$6.5x$

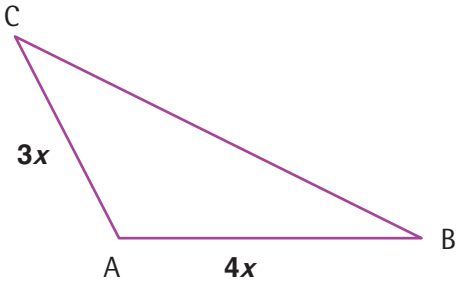
En equipos comparen las soluciones que obtuvieron. Comenten:
¿Cómo sumar términos semejantes cuando los coeficientes son decimales?

A lo que llegamos

Para sumar términos semejantes se suman los coeficientes y se conserva la parte literal. Por ejemplo:

$5.2 + 7.3 = 12.5$ $\qquad$ $5.2x + 7.3x = 12.5x$

IV. El perímetro del triángulo ABC es $13x$.



¿Cuál es la medida del lado BC?
Compara tus respuestas con las de tus compañeros y comenten:
¿Qué operación hicieron para encontrar la medida del lado BC?

A lo que llegamos

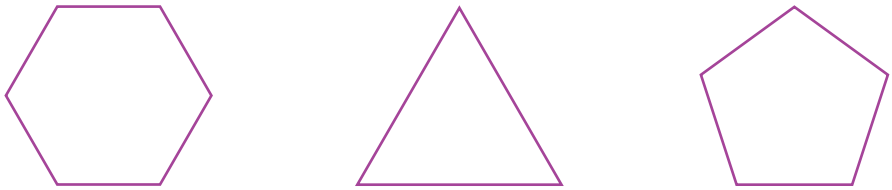
Para restar términos semejantes se restan los coeficientes y se conserva la parte literal. Por ejemplo:

$7 - 4 = 3$ $\qquad$ $7x - 4x = 3x$

Resuelve lo siguiente:

1. El ancho de un rectángulo es $15x$, y el largo tiene la medida del ancho más $3x$. Dibuja en tu cuaderno el rectángulo con la medida de sus lados y escribe la expresión que corresponde a su perímetro.

2. Escribe la expresión del perímetro de los siguientes polígonos regulares.



2*x* **1.2*z*** **2.4*y***

P = _____ **P =** _____ **P =** _____

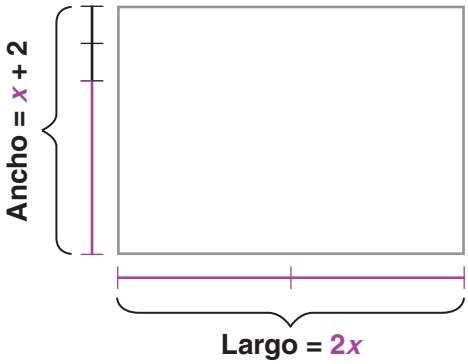
A medir contornos

Llamamos *binomios* a las expresiones algebraicas con dos términos, como las siguientes:

$$x + z$$
$$y - 53$$
$$2x^2 + 7$$

Consideremos lo siguiente

En el rectángulo se han determinado las medidas de la base y la altura:



a) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el perímetro del rectángulo? ____
_____

Compara tus respuestas con tus compañeros y comenten:

b) ¿Cómo obtuvieron el perímetro del rectángulo? _____

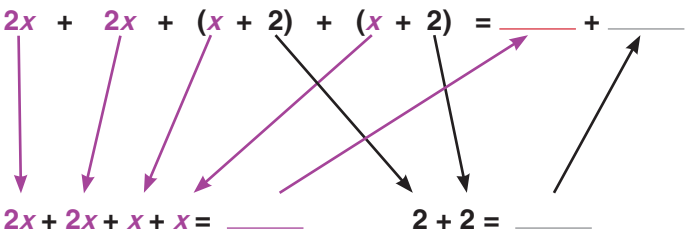
I. ¿Cuáles de las siguientes expresiones permiten encontrar el perímetro del rectángulo anterior? Subráyenlas.

$x + 2 + 2x$
$2x + 2x + (x + 2) + (x + 2)$
$2x + (x + 2) + 2x + (x + 2)$
$(3x + 2) + (3x + 2)$

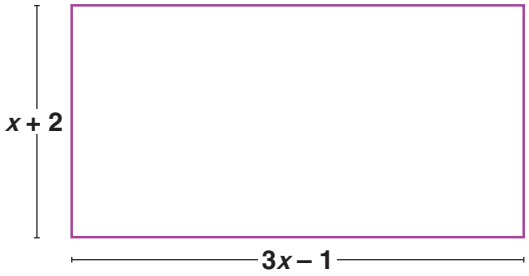
Contesta las siguientes preguntas.

a) Para hacer la suma $2x + 2x + (x + 2) + (x + 2)$ se suman los términos semejantes.

Completa:



II. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el perímetro del siguiente rectángulo?



n Suma los términos semejantes y verifica si obtienes los mismos resultados que tus compañeros.

A lo que llegamos

Para sumar binomios se suman los términos que son semejantes.

$$(2x + 3) + (x - 2) = 3x + 1$$

$$2x + x = 3x \qquad 3 - 2 = 1$$

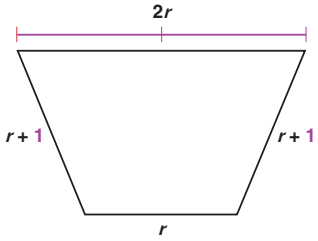
Ejercicios:

1. La altura de un rectángulo es x, y la base es 5 unidades mayor que la altura. Dibuja en tu cuaderno el rectángulo con la medida de sus lados y escribe la expresión que corresponde a su perímetro. Recuerda sumar los términos semejantes.

$P =$ _____

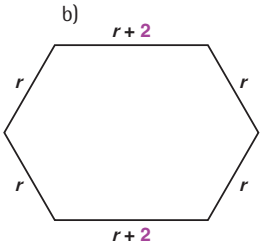
2. Escribe la expresión que corresponde al perímetro de cada polígono. Recuerda sumar los términos semejantes.

a)



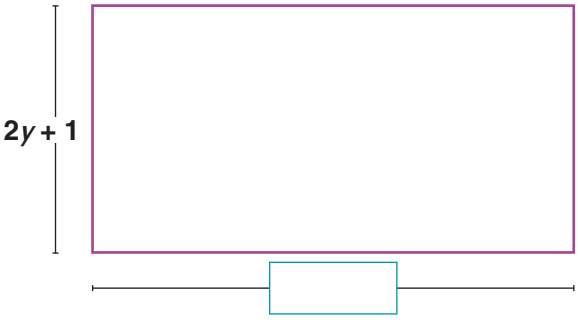
Perímetro: _____

b)



Perímetro: _____

3. El perímetro del rectángulo es $10y + 6$.
¿Cuál es la medida del largo?



Sesión 3.

La relación inversa de una relación de proporcionalidad directa

Propósito Determinarás la relación inversa de una proporcionalidad directa.

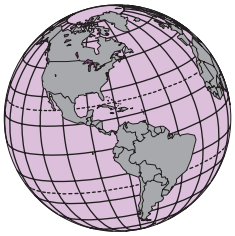
Para empezar El peso de un objeto varía en función de la fuerza de gravedad que actúa sobre él. Esto significa que un objeto no pesa lo mismo en la Tierra que en la Luna o Marte. Por lo que, los objetos y su peso en un planeta, en otro son cantidades directamente proporcionales; por ejemplo, un objeto que en la Tierra pesa 4 kg, en Júpiter pesa 10 kg. ¿Cuánto pesa en Júpiter un objeto que en la Tierra pesa 12 kg?

En esta sesión descubrirás cómo encontrar el peso de un mismo objeto en distintos planetas y satélites del Sistema Solar.

Manos a la obra

Consideremos lo siguiente

La siguiente tabla muestra los distintos pesos que una misma barra de plomo tiene en la Tierra y en la Luna:



Peso de la barra de plomo	
Peso en la Tierra (en kilogramos)	Peso en la Luna (en kilogramos)
720	120

Con la información de la tabla anterior respondan en equipos de cuatro personas lo siguiente:

a) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad que permite encontrar el peso de un objeto en la Luna a partir de su peso en la Tierra? _____

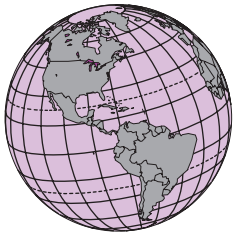
b) Si una barra de plomo pesa en la Tierra 18 kilogramos, ¿cuántos pesará en la Luna? _____

c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad que permite encontrar el peso de un objeto en la Tierra a partir de que se conoce cuál es éste en la Luna? _____

d) Si una barra de plomo pesa en la Luna 25 kilogramos, ¿cuántos kilogramos pesa en la Tierra? _____

Comparen sus respuestas y comenten:
¿Cuántas veces es más pesado un objeto en la Tierra que en la Luna?

I. Completa la siguiente tabla para encontrar el peso de algunas barras de plomo en la Luna conociendo su peso en la Tierra.

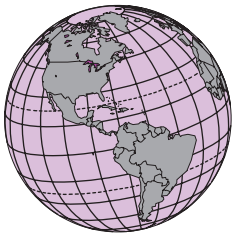


Peso en la Tierra (en kilogramos)	Peso respectivo en la Luna (en kilogramos)
720	120
72	
12	
1	
18	

Observen que al encontrar cuánto pesa en la Luna un objeto que pesa 1 kg en la Tierra, se encuentra también la constante de proporcionalidad que permite saber el peso de un objeto en la Luna conociendo su peso en la Tierra.

II. Completa la siguiente tabla para encontrar el peso de algunas barras de plomo en la Tierra conociendo su peso en la Luna.

Peso en la Luna (en kilogramos)	Peso en la Tierra (en kilogramos)
120	720
60	
10	
1	
25	



Compara tus respuestas con tus compañeros y verifiquen sus resultados con los del apartado "A lo que llegamos".

III. Completa el siguiente diagrama y comenten la relación que hay entre las constantes que utilizaron.

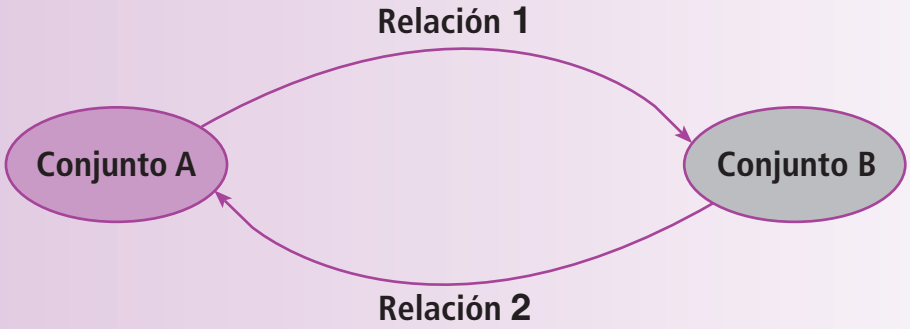
Se multiplica por la constante de proporcionalidad, que es: _____

o se divide entre: _____

Se multiplica por la constante de proporcionalidad, que es: _____

A lo que llegamos

Cuando dos conjuntos de cantidades son directamente proporcionales, siempre hay en juego dos relaciones de proporcionalidad. El siguiente diagrama ilustra esta situación.



La relación 1 permite encontrar las cantidades del conjunto B a partir de las cantidades del conjunto A. La relación 2, al revés, permite encontrar las cantidades del conjunto A, a partir de las cantidades del conjunto B. Se dice que estas dos relaciones son inversas una de la otra.

Además, las constantes de proporcionalidad asociadas a estas dos relaciones son recíprocas una de la otra.

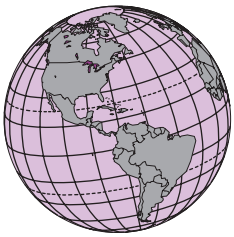
Por ejemplo, $\frac{1}{6}$ *es la constante de proporcionalidad* que permite encontrar el peso en la Luna a partir del peso en la Tierra. Mientras que *6 es la constante de proporcionalidad* que permite conocer el peso en la Tierra a partir del peso en la Luna.

Estas dos relaciones son inversas y sus constantes de proporcionalidad son recíprocas.

6 y $\frac{1}{6}$ son recíprocos porque $6 \times \frac{1}{6} = 1$

Ejercicio:

La siguiente tabla muestra los distintos pesos que una barra de plomo tiene en la Tierra y en Venus:



Peso de la barra de plomo	
Peso en la Tierra (en kilogramos)	Peso en Venus (en kilogramos)
720	648

Contesta las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad que permite encontrar el peso de los objetos en Venus a partir de conocer su peso en la Tierra? _____

b) Si una barra de plomo pesa 1 kilogramo en la Tierra, ¿cuánto pesa esa barra en Venus? _____

c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad que permite encontrar el peso de los objetos en la Tierra a partir de conocer su peso en Venus? _____

d) Si una barra de plomo pesa 1 kilogramo en el planeta Venus, ¿cuánto pesa esa barra en la Tierra? _____

Sesión 4.

Polígonos de frecuencias

Propósito Aprenderás a interpretar y a comunicar información mediante polígonos de frecuencias.

Para empezar

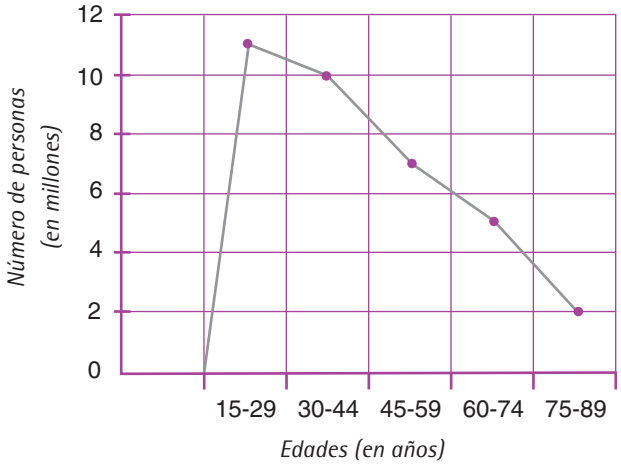
Rezago educativo y gráficas

Consideremos lo siguiente

Desde 1993 la educación básica obligatoria comprende hasta la secundaria completa. Cuando una persona tiene más de 15 años y está en alguna de las siguientes situaciones: no sabe leer ni escribir, no terminó de estudiar la primaria, únicamente estudió la primaria o no terminó de estudiar la secundaria, se considera que esa persona se encuentra en *rezago educativo*.

La siguiente gráfica es un *polígono de frecuencias*. En ella se presentan los datos que se obtuvieron en el censo del año 2000 acerca de la población mexicana que se encuentra en rezago educativo.

Población mexicana de 15 años y más en condición de rezago educativo en el año 2000



a) En el intervalo de entre 15 y 29 años de edad hay 11 millones de personas que están en condición de rezago educativo. ¿Cuántas personas de 30 a 44 años están en esa condición? _____

b) Toma en cuenta la información que presenta el polígono de frecuencias y anota **V** o **F** según sean verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

( ) El intervalo de edad con mayor cantidad de personas en condición de rezago educativo es el de 15 a 29 años.

( ) En el año 2000, alrededor de 35 millones de personas se encontraban en condición de rezago educativo.

( ) Si la población total en México era de 97.5 millones, aproximadamente el 36% de las personas estaban en condición de rezago educativo.

Manos a la obra

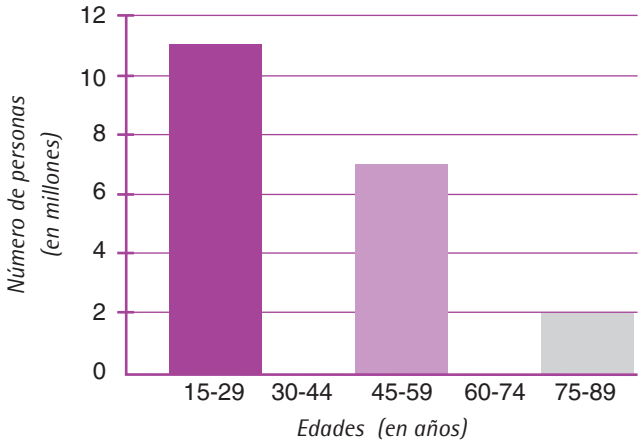
I. Contesta las siguientes preguntas tomando en cuenta el polígono de frecuencias.

a) ¿Cuántos intervalos de edad hay? ¿Cuántas edades comprende cada intervalo? ¿Todos los intervalos son del mismo tamaño? _____

b) La frecuencia en el intervalo de entre 15 y 29 años de edad es de 11 millones de personas que están en condición de rezago educativo, ¿en qué intervalo la frecuencia es de 5 millones de personas que están en esa condición? _____

c) Si en el intervalo de entre 45 y 59 años de edad hay 7 millones de personas que están en condición de rezago educativo, ¿podrías decir cuántas personas de 50 años de edad hay en esa condición? _____

Población mexicana de 15 años y más en condición de rezago educativo en el año 2000



Fuente: INEGI. XII Censo General de Población y Vivienda, 2000. Base de datos.

d) Esta gráfica es un *histograma*. ¿Las alturas de las barras son iguales o diferentes? _____ ¿Qué indican? _____

e) Compara el tamaño del ancho de las barras, ¿son iguales o diferentes?

_____

¿Por qué crees que ocurre eso? _____

Ahora, calca el histograma en una hoja de papel delgado y coloca la copia sobre el polígono de frecuencia del apartado "Consideremos lo siguiente".

f) ¿Qué puntos del polígono de frecuencias quedan cubiertos con las barras del histograma? _____

g) ¿En qué parte de las barras quedan los puntos del polígono de frecuencias?

_____

En el histograma que calcaste dibuja el polígono de frecuencias. Considera el primer punto del polígono de frecuencias, que es el punto medio del segmento superior de la primera barra, y traza, a partir de él, un segmento vertical. Este segmento divide por la mitad al intervalo 15-29 años de edad. Traza los segmentos que faltan para los otros puntos del polígono de frecuencias. Cuida que las barras del histograma queden divididas en dos partes iguales: los puntos del polígono de frecuencias quedan sobre la mitad de la parte superior de cada barra, es decir, *a la mitad de cada "techo de las barras".*

A lo que llegamos

Los histogramas se utilizan para presentar información que contiene datos organizados en intervalos del mismo tamaño.

Un histograma tiene las siguientes características importantes:

- La altura de una barra está determinada por la frecuencia del intervalo correspondiente.
- La anchura de las barras es igual para cada una debido a que esta medida representa el tamaño de cada intervalo.
- Las barras se dibujan sin dejar espacios entre ellas porque abarcan todo el intervalo correspondiente a los datos agrupados.

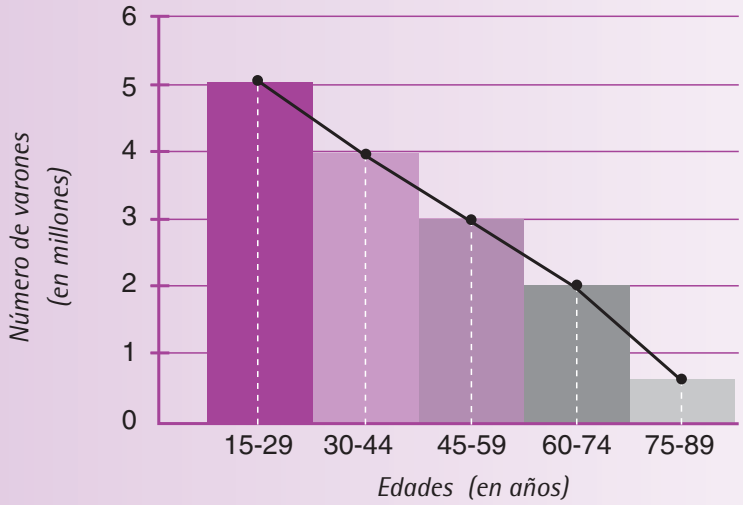
Un polígono de frecuencias de datos organizados en intervalos, es la gráfica que se obtiene al unir, mediante una línea poligonal, los puntos medios consecutivos de los techos de las barras.

Éstas nos permiten observar de manera general la tendencia de los datos.

Sin embargo, es incorrecto darle significado a la línea que une a los puntos medios, ya que sólo estamos representando la frecuencia por intervalo y no para cada valor del intervalo.

Por ejemplo, la siguiente gráfica muestra a la población varonil de 15 años y más en condición de rezago educativo en el año 2000 en México; como podemos ver, en el intervalo de 15 a 29 años de edad hay 5 millones de varones en total, pero no sabemos cuántas personas hay de 15, 16, 17... o 29 años de edad.

Población varonil de 15 años y más en condición de rezago educativo en el año 2000



Tanto en los histogramas como en los polígonos de frecuencias se pueden representar frecuencias absolutas, relativas o porcentajes.

II. En la siguiente tabla de frecuencias se presenta el número de personas de 15 años y más que habitan en México. Complétala con los datos que se dan en el polígono de frecuencias visto anteriormente.

Población total y de personas en condición de rezago educativo en México en el año 2000.

Edades	Número total de personas (en millones)	Número de personas en condición de rezago educativo (en millones)	Porcentaje de personas en condición de rezago educativo por grupo de edad
15-29	28	11	$(11 \div 28) \times 100 = 39.2$
30-44	20		
45-59	10		
60-74	6		
75-89	2		
Total	66		

a) En el año 2000 había 11 millones de personas entre 15 y 29 años de edad con rezago educativo. ¿Qué fracción representa de la población total de ese intervalo de edad? _____ ¿Qué porcentaje representan? _____

b) ¿Cuántas personas de 15 años y más había en México en el año 2000?

_____

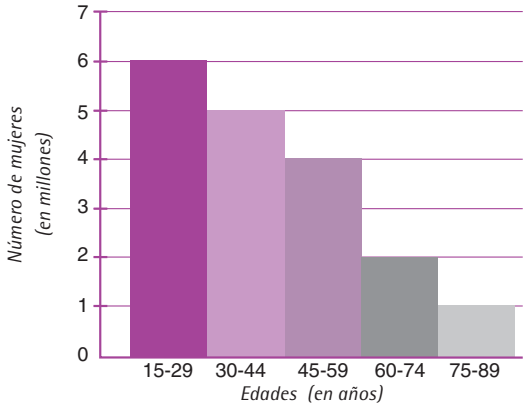
c) ¿Y cuántas personas de 15 años y más estaban en condición de rezago educativo?

_____

Ejercicio:

1. Construye el polígono de frecuencias que corresponde al siguiente histograma.

Población de mujeres de 15 años y más en condición de rezago educativo en el año 2000



Fuente: INEGI. XII Censo General de Población y Vivienda, 2000. Base de datos.

a) ¿Cuántas mujeres de entre 30 y 44 años se encuentran en rezago educativo?

_____

b) En tu cuaderno, elabora la tabla de frecuencias que permitió construir el histograma.

c) Si la población total de mujeres entre 30 y 44 años era de 10 millones de personas, ¿qué porcentaje representa la población de mujeres que se encuentra en rezago educativo en ese intervalo? _____

Sesión 5.

Multiplicaciones de polinomios

Propósito Resolverás problemas multiplicativos que impliquen el uso de expresiones algebraicas.

Para empezar Las expresiones algebraicas más simples se llaman *monomios*, por ejemplo, $2x^3$, $6y$, $-4mn^3$, $-8x^2y^6$

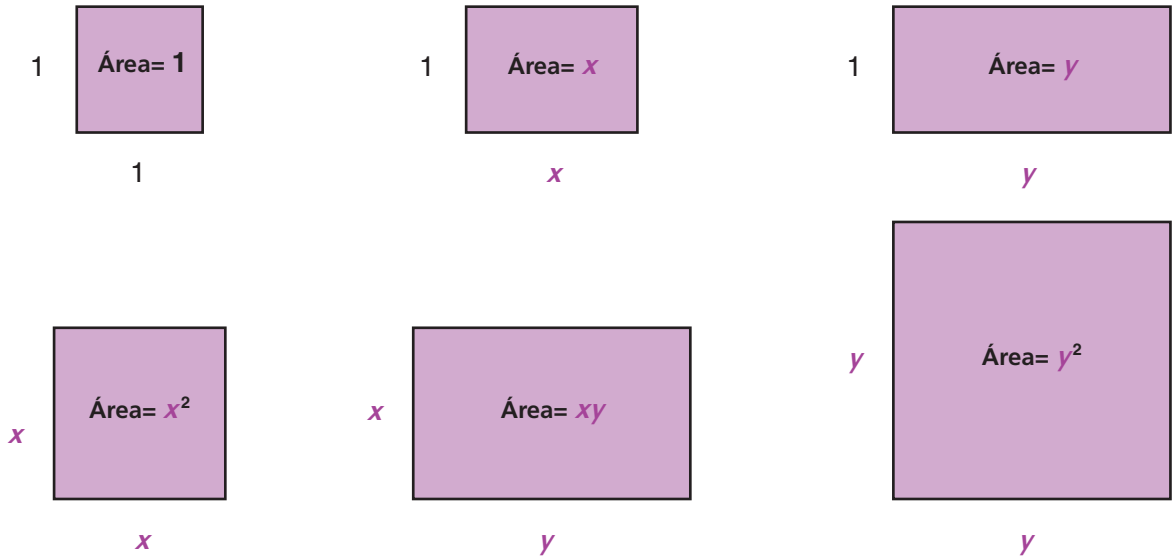
Cada monomio tiene signo, coeficiente, literal o literales y exponente o exponentes. Al unir dos monomios en una expresión algebraica se obtiene un *binomio* y si se unen tres o más monomios se tiene un *polinomio*:

Binomio: $2x^3 + 6y$

Polinomio: $6y - 4mn^3 + 8x^2y^6$

Los bloques algebraicos

Los *bloques algebraicos* son piezas de forma rectangular o cuadrada que permiten modelar operaciones con expresiones algebraicas. En esta sesión ocuparás los siguientes bloques, cada uno de ellos tiene un área que se representa con una expresión algebraica: 1, x, x^2, y, xy, y^2.



Manos a la obra

Une con una línea cada rectángulo con el binomio que corresponda a su área.

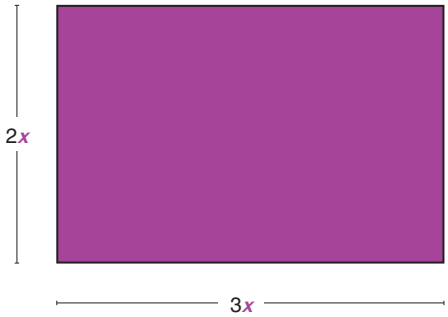
Rectángulo	Área
	$y + 1$
	$x + 1$
	$x^2 + 2x$
	$xy + x$

En equipos comparen sus soluciones.

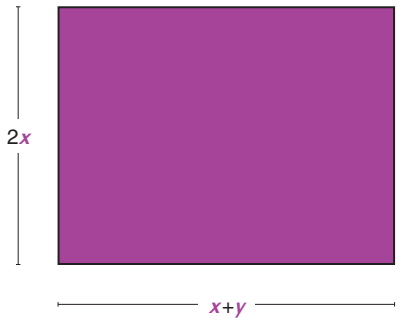
Consideremos lo siguiente

Los siguientes rectángulos se han formado usando los *bloques algebraicos*.

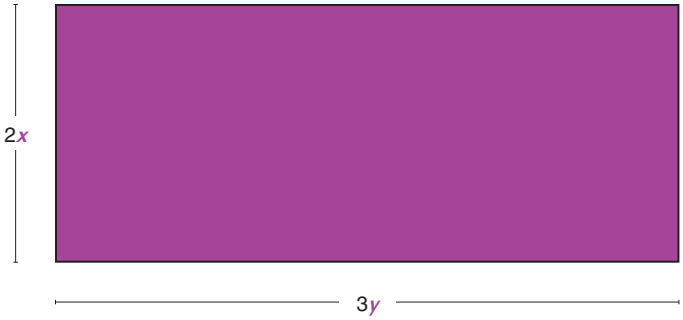
A



B



C



¿Qué expresión algebraica corresponde al área de cada rectángulo?

a) Rectángulo A: Área = _____

b) Rectángulo B: Área = _____

c) Rectángulo C: Área = _____

Comparen sus soluciones.

Manos a la obra

I. ¿Qué *bloques algebraicos* se usan para construir cada rectángulo? Para responder esta pregunta, completa la tabla.

Rectángulo	Base	Altura	Base × Altura	Expresión algebraica para el área
A	$3x$	$2x$	$(3x) \times (2x)$	
B	$x + y$	$2x$		
C	$3y$	$2x$		

a) ¿Cuántos *bloques algebraicos* de área x^2 se requieren para formar el rectángulo A?

_____

b) ¿Cuántos *bloques algebraicos* de área x^2 se usan para formar el rectángulo B?

_____

c) ¿Cuántos *bloques algebraicos* de área xy se usan para formar el rectángulo B?

_____

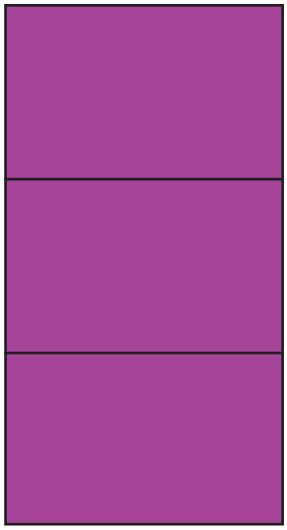
d) ¿Cuántos *bloques algebraicos* de área xy se necesitan para formar el rectángulo C?

_____

En equipos comparen sus soluciones.

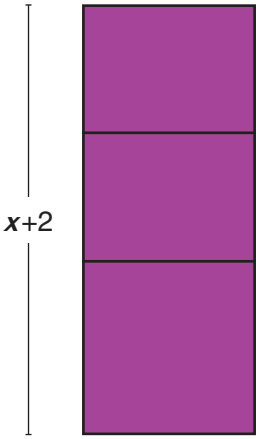
II. Los siguientes rectángulos también se construyeron usando los *bloques algebraicos*.

RECTÁNGULO D



RECTÁNGULO E

RECTÁNGULO F



a) Completa la tabla para encontrar las expresiones algebraicas que corresponden a las áreas de los rectángulos anteriores.

Rectángulo	Base	Altura	Base × Altura	Expresión algebraica para el área
D		$3x$	$(y) \times (_____)$	
E	$y + 1$		$(y + 1) \times (_____)$	
F	x		$x \times (_____)$	

A lo que llegamos

Para multiplicar expresiones algebraicas existen algunas reglas que pueden servir:

1. Para multiplicar un término numérico por un monomio se multiplica el término numérico por el coeficiente del monomio, por ejemplo:

$$(3) \times (2y) = 3\,(2y) = \underbrace{(2 \times 3)}_{6}\,(y) = 6y$$

2. Para multiplicar dos monomios se multiplican los coeficientes y se multiplican las partes literales, por ejemplo:

$$(2\,x) \times (3\,x) = \underbrace{(2 \times 3)}_{6}\,\overbrace{(x\,x)}^{x^2} = 6\,x^2$$

3. Para multiplicar un monomio por un binomio se multiplica el monomio por cada uno de los términos del binomio, por ejemplo:

$$x\,(2\,x + y) = 2\,x^2 + xy$$

$2\,x^2$

xy

Las reglas anteriores también se aplican para multiplicar expresiones algebraicas con cualquier tipo de coeficientes: fraccionarios, negativos o decimales, por ejemplo:

$$\frac{1}{2}x\,(2x - 5y - \frac{3}{4}) = x^2 - \frac{5}{2}xy - \frac{3}{8}x$$

x^2 $\quad -\frac{3}{8}x$

$-\frac{5}{2}xy$

Ejercicios:

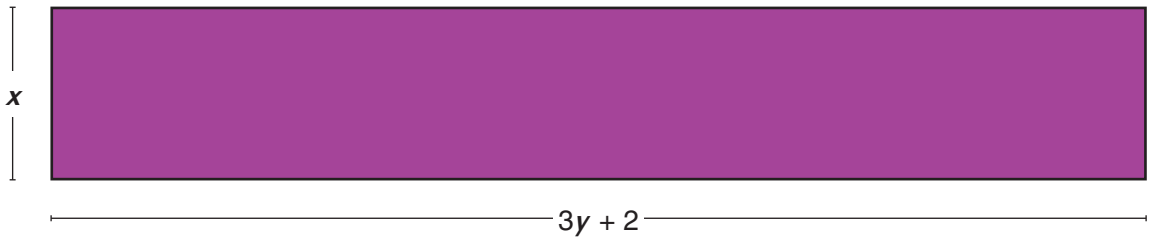
1. Realiza las siguientes multiplicaciones.

$a)\left(\frac{1}{2}x\right)\left(\frac{3}{4}xy\right)=$

$b)\left(\frac{-3}{5}y\right)(10x-15y)=$

$c)(-2.5xy)(5.2x+2.5y-1.2)=$

2. Calcula el área del siguiente rectángulo multiplicando las expresiones que representan las medidas de la base y la altura.



a) Área = $(3y + 2) \times (x) =$

b) Dibuja los bloques algebraicos necesarios sobre la figura anterior para verificar si el área obtenida mediante la multiplicación corresponde a los bloques utilizados para cubrirla.

3. Completa las siguientes multiplicaciones.

$a)(_____)(5x)=15xy$

$b)(1.25z)(_____)=-3.75yz$

$c)\left(\frac{-3}{5}\right)(_____)=z$